



آزمون

۱



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۵/۱۲

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۱ (درس‌های ۳ و ۴)	فصل ۱ (درس ۱ تا ۴)	—
هندسه	فصل ۱	—	فصل ۱ (درس ۱)
گسسته	—	فصل ۱	فصل ۱ (درس ۱)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

ریاضیات

۱- دنباله سه جمله‌ای a, b, c و هندسی و دنباله سه جمله‌ای $8c, 4b, 2a$ حسابی است. مجموع جملات دنباله هندسی، چند برابر مجموع جملات دنباله حسابی است؟

- (۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{7}{24}$

۲- در الگوی درجه دوم $2, 4, 8, 14, 22, \dots$ جمله دهم کدام است؟

- (۱) ۸۶ (۲) ۷۶ (۳) ۸۴ (۴) ۷۴

۳- اگر $a_n = 6 \times 3^{n-2}$ ، حاصل عددی $A = \frac{a_1 a_3}{a_2} + \frac{a_2 a_4}{a_3} + \dots + \frac{a_{16} a_{18}}{a_{17}}$ چه مقداری است؟

- (۱) $3^9 - 3$ (۲) $3^9 + 3$ (۳) $3^8 - 3$ (۴) $3^8 + 3$

۴- در یک الگوی خطی با جمله عمومی a_n ، رابطه $a_n = (a_{n-1})a_{n+1} - 3a_1$ بین جملات دنباله برقرار است. جمع جملات نهم و دهم کدام است؟

- (۱) $\frac{52}{2}$ (۲) $\frac{51}{2}$ (۳) $\frac{59}{2}$ (۴) $\frac{57}{2}$

۵- در جمله n ام الگوی زیر، ۵۵ درصد دایره‌ها رنگ نشده است. در شکل $2n+1$ چند درصد دایره‌ها رنگ شده است؟

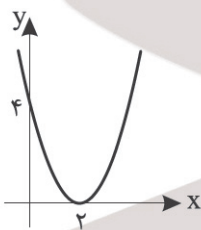


- (۱) $42/5$ (۲) $48/5$ (۳) $47/5$ (۴) ۴۹

۶- نمودار سهمی f از دو نقطه $A(-2, 4)$ و $B(-6, 4)$ عبور می‌کند. مجموع صفرهای تابع f در صورت حقیقی بودن کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۸ (۳) -۳ (۴) -۹

۷- اگر نمودار سهمی $f(x)$ شکل زیر باشد، جواب نامعادله $f(x) \leq 4 - 2x$ کدام بازه است؟



- (۱) $[0, 4]$ (۲) $[0, 2]$ (۳) $\mathbb{R} - (0, 2)$ (۴) $\mathbb{R} - (0, 4)$

۸- نمودار تابع $f(x) = (4-a)x^2 - 2ax + a + 6$ همواره بالای محور x هاست. مجموع مقادیر صحیح ممکن برای a کدام است؟

- (۱) ۳- (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) صفر

۹- مجموع ریشه‌های معادله $x^2 + ax + a + 4 = 0$ از دو برابر حاصل ضرب ریشه‌های آن، ۱۶ واحد بیشتر است. ریشه‌های کدام معادله زیر $a+2$ و $a-2$ است؟

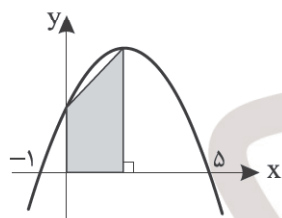
(۱) $x^2 - 16x + 60 = 0$

(۳) $x^2 + 16x - 60 = 0$

۱۰- اگر α و β ریشه‌های حقیقی معادله درجه دوم $ax^2 - ax - b = 0$ بوده و $\alpha^2 - \alpha = 2$ باشد، حاصل $\alpha^3 + \beta^3$ چه عددی است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۱ (۳) ۹ (۴) ۷

۱۱- نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + \frac{5}{4}$ به صورت زیر است. مساحت دوزنقه هاشور زده کدام است؟ (یکی از رئوس دوزنقه روی رأس سهمی است)



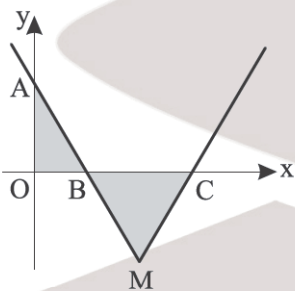
(سهمی است)

- (۱) ۷ (۲) ۱۴ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۱۲- در یک مستطیل، نسبت محیط به چهار برابر عرض مستطیل عدد طلایی است. نسبت قطر مستطیل به طول مستطیل چه عددی است؟

- (۱) $\frac{6\sqrt{6}}{5}$ (۲) $\frac{5\sqrt{5}}{6}$ (۳) $\frac{\sqrt{30}}{6}$ (۴) $\frac{\sqrt{30}}{5}$

۱۳- نمودار تابع $f(x) = |2x - 6| - a$ در شکل زیر رسم شده است. مساحت مثلث MBC دو برابر مساحت مثلث OAB است. مقدار a کدام است؟



- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۳

۱۴- n یک عدد طبیعی و x یک عدد صحیح یک رقمی است؛ به طوری که $\sqrt{2x+n} - \sqrt{x} = 1$. برای n چند مقدار متفاوت یافت می‌شود؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۵- هرگاه α جواب معادله $0 = 1 - 6\left(\frac{x+1}{x}\right) + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2$ باشد، حاصل 10α چه عددی است؟

- ۱ (۱) $\frac{\Delta}{3}$ ۲ (۲) $\frac{20}{3}$ ۳ (۳) $-\frac{20}{3}$ ۴ (۴) $-\frac{\Delta}{3}$

۱۶- جدول تعیین علامت عبارت $p(x) = \frac{ax-f}{2x+a}$ به صورت زیر است. مقدار $a\alpha$ کدام است؟

x		-1	α
$p(x)$	$-$	$+$	$-$

۱ (۱) -4

۲ (۲) 4

۳ (۳) -8

۴ (۴) -2

۱۷- مجموعه جواب نامعادله $2 < \frac{3x-1}{x+2} < -1$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۱ (۱) 6 ۲ (۲) 5 ۳ (۳) 4 ۴ (۴) 3

۱۸- چند عدد صحیح در مجموعه جواب نامعادله $4x - 4 < \frac{x^2 - 4}{x+1}$ وجود دارد؟

۱ (۱) 2

۳ (۳) 4

۱۹- دایره C به مرکز A و دایره C' به مرکز B در نقاط U و V متقاطع‌اند. چند نقطه روی پاره خط AB می‌توان یافت که از U و V به یک فاصله باشد؟

- ۱ (۱) 1 ۲ (۲) 2 ۳ (۳) 3 ۴ (۴) بی‌شمار

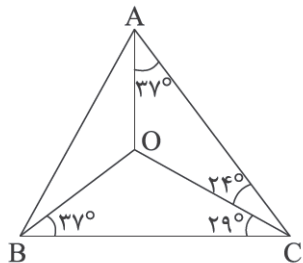
۲۰- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) نیمساز زاویه \hat{B} ارتفاع AH را در نقطه D قطع می‌کند. اگر $AD = 4$ و $DH = 2$ ، آنگاه فاصله D تا ضلع AC برابر کدام است؟

- ۱ (۱) $3\sqrt{2}$ ۲ (۲) $\frac{7}{2}$ ۳ (۳) $\frac{5}{2}$ ۴ (۴) $2\sqrt{3}$

۲۱- O نقطه تلاقی عمودمنصف‌های مثلث $\triangle ABC$ درون این مثلث قرار دارد. اندازه زاویه \hat{BOC} برابر کدام است؟

- (۱) $90 - \frac{\hat{A}}{2}$ (۲) $90 + \frac{\hat{A}}{2}$ (۳) $90 + \hat{A}$ (۴) $2\hat{A}$

۲۲- در شکل زیر زاویه \hat{ABO} چه کسری از زاویه \hat{BAO} است؟



(۱) $\frac{24}{29}$

(۲) $\frac{29}{24}$

(۳) $\frac{26}{29}$

(۴) $\frac{29}{26}$

۲۳- مثلث $\triangle ABC$ با اضلاع $AC = 16$ و $AB = 13$ مفروض است. از نقطه دلخواه M روی ضلع BC خطوطی موازی اضلاع AB و AC رسم می‌کنیم تا آنها را به ترتیب در نقاط E و F قطع کند. حاصل $ME + MF$ چند مقدار طبیعی می‌تواند اختیار کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۵

۲۴- در مثلث حاده‌الزاویه $\triangle ABC$ ($AC > AB$) عمودمنصف ضلع AC، ضلع BC را در نقطه M قطع می‌کند. کدام گزینه الزاماً صحیح نیست؟

- (۱) $\hat{ABC} > \hat{ACB}$ (۲) $AM < AC$ (۳) $\hat{ABC} > \hat{MAC}$ (۴) $AM > AB$

۲۵- در مثلث $\triangle ABC$ اندازه ضلع AB و میانه AM به ترتیب ۶ و ۵ واحد است. به ازای چند مقدار طبیعی برای اندازه ضلع AC این مثلث قابل رسم است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۴ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰

۲۶- دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & x+y \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x-y & 9 \\ 2 & z-1 \end{bmatrix}$ مساوی‌اند. ماتریس $\begin{bmatrix} x-1 & 0 & z-x \\ 3-y & y+2 & z-2y \\ 2y-x & 0 & z-1 \end{bmatrix}$ چگونه است؟

- (۱) ماتریس اسکالر (۲) ماتریس همانی (۳) ماتریس صفر (۴) ماتریس غیرقطری

۲۷- ماتریس $C = [c_{ij}]$ یک ماتریس قطری است به طوری که اگر $i = j$ آنگاه $c_{ij} = z$ است. در صورتی که ماتریس‌های $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ در تساوی‌های $A + 2B = C$ و $2A - B = 2I$ صدق کنند، آنگاه مجموع درایه‌های قطر فرعی ماتریس $A - B$ برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{2}{4}$ (۳) $\frac{0}{6}$ (۴) $\frac{0}{8}$

۲۸- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با درایه‌های $i = j$ و $a_{ij} = \begin{cases} j - 2i & i > j \\ ij & i = j \\ 2i - j & i < j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ -4 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه‌های ستون سوم ماتریس $B \times A$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) صفر (۳) -18 (۴) -30

۲۹- ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} a-1 & 4 \\ -4 & b-1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a & 3 \\ 1-2a & b \end{bmatrix}$ در تساوی $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ صدق می‌کنند. مقدار $a + b$ برابر کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲

۳۰- اگر $(A+I)^2 = 0$ ، آنگاه A^6 برابر کدام است؟

- (۱) $-70A - 21I$ (۲) I (۳) $-I$ (۴) $-6A - 5I$

۳۱- مجموعه $(A'-B)' \cap [(A' \cup B') - A']$ برابر مجموعه مرجع است. کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

- (۱) $A = \emptyset$ (۲) $B = \emptyset$ (۳) $B = U$ (۴) $A = U$

۳۲- درستی کدام‌یک از گزاره‌های زیر را می‌توان با مثال نقض رد کرد؟

(۱) اگر k حاصل ضرب دو عدد طبیعی زوج متوالی باشد، آنگاه $k+1$ مربع کامل است.

(۲) $a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

(۳) مجموع ۶ عدد متوالی بر ۶ بخش پذیر است.

(۴) اگر α و β دو عدد گنگ و $\alpha - 3\beta$ گویا باشد، $2\alpha + 5\beta$ عددی گنگ است.

۳۳- در چند زیرمجموعه از مجموعه $\{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$ مجموع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو برابر ۲۷ است؟

۱۶ (۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۶۴ (۴)

۳۴- گزاره $p \Rightarrow [(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \vee q)]$ هم‌ارز کدام‌یک از گزاره‌های زیر است؟

$\sim p \wedge q$ (۱)

$p \wedge \sim q$ (۲)

$\sim p \vee q$ (۳)

$p \vee \sim q$ (۴)

۳۵- A و B دو مجموعه ناتهی و غیرمرجع هستند که $A \times B' = B' \times A$. کدام‌یک از مجموعه‌های زیر برابر \emptyset نمی‌باشد؟

$A \cap B$ (۱)

$A - B$ (۲)

$A - B'$ (۳)

$A' \cap B'$ (۴)

۳۶- اگر $A = [3, 6] \cup [8, 13]$ و $B = [-5, -1] \cup [2, 7]$ ، مساحت نمودار $A \times B$ در صفحه مختصات کدام است؟

۱۲۰ (۱) ۸۱ (۲) ۶۴ (۳) ۷۲ (۴)

۳۷- اگر $n \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ و $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ عددی زوج باشد، آنگاه $n \in A$. چه تعداد از عضوهای A مثال نقض گزاره زیر هستند؟

$\forall n \in A ; 2^n - 2 \in p$

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴) صفر

۳۸- چه تعداد از جملات زیر درست هستند؟

الف) a_1, a_2, a_3 و b_1, b_2, b_3 هم‌مان اعداد ولی به ترتیب دیگری قرار گرفته‌اند. $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ حتماً عددی زوج است.

ب) a_1, a_2, a_3 و b_1, b_2, b_3 هم‌مان اعداد ولی به ترتیب دیگری قرار گرفته‌اند. $(a_1 + b_1)(a_2 + b_2)(a_3 + b_3)$ حتماً زوج است.

ج) a_1, a_2, a_3 و b_1, b_2, b_3 هم‌مان اعداد ولی به ترتیب دیگری قرار گرفته‌اند. $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)(a_4 - b_4)$ حتماً زوج است.

د) a_1, a_2, a_3, a_4 و b_1, b_2, b_3, b_4 هم‌مان اعداد ولی به ترتیب دیگری قرار گرفته‌اند. $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)(a_4 - b_4)(a_5 - b_5)$ حتماً زوج است.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۳۹- فرض کنیم a و b دو عدد حقیقی باشند، برای اینکه ثابت کنیم $a^2 + 2ab + 2b^2 \geq 0$ است، به کدام گزاره همواره درست می‌رسیم؟

$$(a + 2b)^2 + ab \geq 0 \quad (۱)$$

$$(a + \frac{3}{2}b)^2 + \frac{7b^2}{4} \geq 0 \quad (۲)$$

$$(a + 3b)^2 + a^2 + b^2 \geq 0 \quad (۳)$$

$$(2b + \frac{3}{4}a)^2 + \frac{7}{4}a^2 \geq 0 \quad (۴)$$

۴۰- k برابر با حاصل ضرب دو عدد متوالی از مجموعه $\{۷, ۸, ۹, \dots, ۱۷\}$ است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد اول به صورت $\sqrt{4k+1}$

کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

